

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 08 / 06 / 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: *Μαθηματικά (Άλγεβρα)*

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα Α

A1) Απόδειξη σχολικού Βιβλίου σελ. 31

A2) α)Λ β)Σ γ)Σ

A3) α) $(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$

β) $(\sin x)' = -\eta\mu x$

$$\gamma) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^v w_i}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. Για $x \neq 1$, έχουμε $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 2)(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 3$

Επομένως $\kappa = 3$

B2. Έχουμε λοιπόν τους βαθμούς

4, 3, 5, 6, $2 \cdot 3 + 1$, 4, 6, $3 + 2$, 6, 4

Η μέση τιμή των βαθμών θα είναι:

$$\bar{x} = \frac{4 + 3 + 5 + 6 + 7 + 4 + 6 + 5 + 6 + 4}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

B3. Η διακύμανση των βαθμών θα είναι:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^v (t_i - \bar{x})^2}{v} = \frac{(-1)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + (-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + (-1)^2}{10} =$$

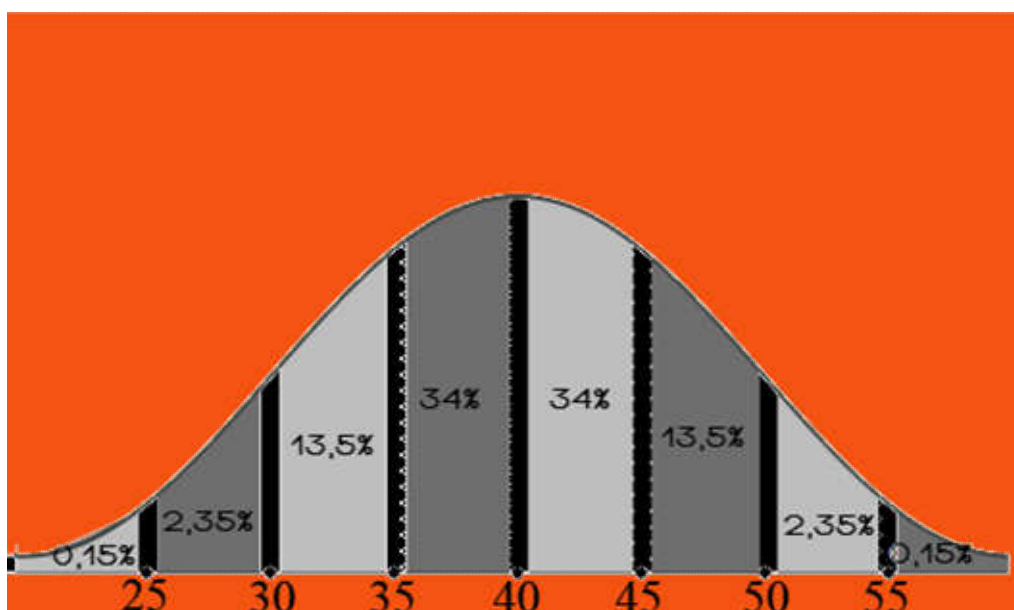
$$= \frac{1 + 4 + 1 + 4 + 1 + 1 + 1 + 1}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$$

$$\text{B4. } CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{1,4}}{5} \simeq \frac{1,18}{5} \simeq 0,236$$

Θέμα Γ

Γ1) Ξέρουμε ότι στην κανονική κατανομή η διάμεσος και η μέση τιμή συμπίπτουν, επομένως αφού έχουμε $\delta = 40$ άρα και $\bar{x} = 40$.

Γ2) Επίσης το 16% με ηλικία μικρότερη των 35 ετών αντιστοιχεί στο $\bar{x} - s$
Επομένως $\bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow 40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$



Γ3) Έχουμε ότι οι εργαζόμενοι είναι 400 και αυτοί με ηλικία μεγαλύτερη από 45 ετών είναι το 16%.

$$\text{Επομένως } 0,16 \cdot 400 = 64 \text{ άτομα.}$$

Γ4) Οι εργαζόμενοι με ηλικίες άνω των 30 ετών και κάτω των 45 ετών είναι σε

$$\text{ποσοστό : } \frac{95\%}{2} + \frac{68\%}{2} = 81,5\% \text{ επομένως σε πλήθος είναι}$$

$$0,815 \cdot 400 = 326 \text{ άτομα.}$$

Θέμα Δ

Δ1) Έχουμε πεδίο ορισμού το \mathbb{R} ,

$$f'(x) = \left(-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \right)' = -x^2 + 4x - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0$$

Με τη βοήθεια της διακρίνουσας βρίσκουμε 2 ρίζες τις : 1, 3

Κάνουμε το πίνακα προσήμων και έχουμε:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
f'(x)	-	0	+	0	-	
f		↘	T.E.	↗	T.M.	↘

Συνεπώς η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα [1,3] και γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty,1],[3,+\infty)$.

Δ2) Από το Δ1 έχουμε ότι η f εμφανίζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = 1$ το

$$f(1) = -\frac{1}{3} + 2 - 3 + 1 = -\frac{1}{3} \text{ άρα στο σημείο } \left(1, -\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{Και τοπικό μέγιστο στο } x_2 = 3 \text{ το } f(3) = -\frac{1}{3} \cdot 27 + 18 - 9 + 1 = 1$$

άρα στο $(3, 1)$

Δ3) Για να είναι παράλληλη η εφαπτομένη στην ευθεία $y = x + 2017$ θα πρέπει να έχει τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης λ .

Επομένως $\lambda = f'(x_0) = 1$ όπου $(x_0, f(x_0))$ το σημείο επαφής

$$f'(x_0) = 1 \Rightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Rightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 4 = 0 \Rightarrow (x_0 - 2)^2 = 0$$

Άρα $x_0 = 2$ η τετμημένη του σημείου επαφής

$$f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 8 + 8 - 6 + 1 = \frac{9 - 8}{3} = \frac{1}{3}$$

Άρα το σημείο είναι το $A\left(2, \frac{1}{3}\right)$

Δ4) $f''(x) = (-x^2 + 4x - 3)' = -2x + 4$, έχουμε λοιπόν: $y = -2x + 4$

Άρα $y_i = -2x_i + 4$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

Μας δίνεται ότι $s_x = 3$, επίσης γνωρίζουμε ότι ισχύει: $\bar{y} = -2\bar{x} + 4$

και $s_y = |-2| \cdot s_x \Rightarrow s_y = 2 \cdot s_x$ Επομένως $s_y = 2 \cdot 3 = 6$
